△ Сва тврђења ове теореме су у ствари већ доказана. Подсетимо се: ако је $E \in \mathcal{A}$, онда је $\mu(E) = \mu^*(E)$ на основу својства 4° спољних мера индукованих мером; знамо да је $\mathcal{A} \subset \mathfrak{M}$, па је $E \in \mathfrak{M}_{\mu^*}$ и $\widetilde{\mu}(E) = \mu^*(E) = \mu(E)$. Дакле, $\widetilde{\mu}$ је заиста продужење мере μ. Горе смо напоменули да $\mathfrak{M}_{\mu^*}$ садржи $\mathfrak{S}_{\mathcal{A}}$, а раније смо доказали да је $\widetilde{\mu}$ комплетна. □

Добијени резултати се могу применити на меру m_α, дефинисану на алгебри $\mathfrak{E}$ елементарних скупова на реалној правој помоћу растуће и непрекидне слева функције $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Тиме добијамо спољне мере m_α^* и комплетне мере $\widetilde{m_\alpha}$ које продужују m_α са $\mathfrak{E}$ на σ алгебре $\mathfrak{M}_{m_\alpha^*}$. Свака од σ алгебри $\mathfrak{M}_\alpha = \mathfrak{M}_{m_\alpha^*}$ садржи, на основу горње теореме, σ алгебру Borel-ових скупова $\mathfrak{B} = \mathfrak{S}_{\mathfrak{E}}$ на $\mathbb{R}$. Да бисмо поједноставили ознаке, са m_α ћемо означавати и продужење $\widetilde{m_\alpha}$ мере m_α, по овом договору $m_\alpha(E)$ је дефинисано (барем) за сваки Borel-ов скуп $E \subset \mathbb{R}$.

Дефиниција 3.17. *Меру $m_\alpha : \mathfrak{M}_\alpha \to [0, +\infty]$ (односно $\widetilde{m_\alpha}$) из теореме 3.20 зовемо* ***Lebesgue-Stieltjes[6]-овом мером*** *генерисаном непрекидном слева и растућом функцијом $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, а σ алгебру $\mathfrak{M}_\alpha$ одговарајућом* ***Lebesgue-Stieltjes-овом σ алгебром.***

У случају $\alpha(x) = x$ пишемо $m_\alpha = m$ и $\mathfrak{M}_\alpha = \mathfrak{M}$, меру m зовемо Lebesgue-овом мером на $\mathbb{R}$, а $\mathfrak{M}$ сигма алгебром Lebesgue мерљивих скупова (на $\mathbb{R}$).

Друга примена горњих резултата је на мере m_d. Тиме добијамо продужење мере m_d путем одговарајуће d-димензионе спољне мере m_d^*, добијено продужење ћемо звати Lebesgue-овом (d-димензионом) мером, а добијену σ алгебру на $\mathbb{R}^d$ сигма алгебром Lebesgue мерљивих скупова, коју означавамо са $\mathfrak{M}_d$, или просто $\mathfrak{M}$. Тако продужену меру ћемо такође означавати са m_d, или просто са m када је јасно о којој је димензији реч. Наравно, у случају $d = 1$, добијена мера се поклапа са Lebesgue-овом мером m на $\mathbb{R}$.

Мере m_d су транслаторно инваријантне на алгебрама $\mathfrak{E}^d$ елементарних скупова у $\mathbb{R}^d$, па је зато и спољна Lebesgue-ова мера m_d^* транслаторно инваријантна. Одатле следи да је $x + E$ Lebesgue мерљив кад год је $E \subset \mathbb{R}^d$ Lebesgue мерљив и да је тада $m_d(x + E) = m_d(E)$ за свако $x \in \mathbb{R}^d$. Дакле, Lebesgue-ова мера у $\mathbb{R}^d$ је транслаторно инваријантна. Осим тога, мера m_d има и следеће својство

$$m_d(V) > 0 \qquad \text{за сваки отворен непразан скуп } V \subset \mathbb{R}^d, \tag{3.9}$$

које следи из чињенице да сваки непразан отворен скуп $V \subset \mathbb{R}^d$ садржи основни квадар чија је мера позитивна.

Као и код сваке мере генерисане спољном мером, скуп $E \subset \mathbb{R}^d$ је Lebesgue-ове мере нула ако и само ако је његова спољна мера једнака нули, другим речима ако и само ако за свако $\varepsilon > 0$ постоји низ $\{A_n\}_{n=1}^\infty$ основних квадара који покрива E и за који је $\sum_{n=1}^\infty m(A_n) < \varepsilon$.